



第四章 复杂电力系统潮流的 计算机算法

- 基本概念
- 电力网络方程
- 功率方程和节点分类
- 潮流计算的迭代算法
- 简化潮流的计算
- 潮流计算中稀疏技术的应用

基本概念

- **电力系统潮流计算**：是对复杂电力系统正常和故障条件下稳态运行状态的计算。**其目的**是求取电力系统在给定运行方式下的节点电压和功率分布，用以检查系统各元件是否过负荷、各点电压是否满足要求、功率分布和分配是否合理以及功率损耗等。

潮流计算是电力系统计算分析中的一种最基本的计算。

潮流计算的计算机算法是以电网络理论为基础的，应用数值计算方法求解一组描述电力系统稳态特性的方程。



潮流计算方法的要求:

- 计算速度快
- 内存需要小
- 计算结果有良好的可靠性和可信性
- 适应性好，即能处理变压器变比调整、系统元件的不同描述和与其他程序配合的能力强
- 简单



潮流计算方法的步骤：

1. 建立潮流的数学模型
2. 确定适宜的计算方法
3. 制定计算流程图
4. 编制计算机程序
5. 对计算结果进行分析和确定，检查程序的正确性

4-1 电力网络方程

1. 电力系统的等值模型

电力系统的等值模型实际上是系统中各元件等值模型按它们的相关关系组成而成的，主要有：

- 1) **发电机模型**：由它的端电压和输出功率来表示；
- 2) **负荷模型**：由一个恒功率或负荷电压静态特性表示；
- 3) **输电线模型**：是一个分布参数的电路，可用一个集中参数的 Π 型等值电路表示；
- 4) **变压器模型**：通常用集中参数的 T 型等值电路表示。

2. 基本方程式

电力系统潮流计算实质是电路计算问题。因此，用解电路问题的基本方法，就可以建立起电力系统潮流计算所需的数学模型——潮流方程。

- 节点分析法
- 回路分析法
- 割集分析法

4-1-1 节点电压方程

1. 运用节点导纳矩阵的节点电压方程：

$$I_B = Y_B U_B$$

I_B ：为节点注入电流的列向量，可理解为各节点电源电流与负荷电流之和，并规定电源流向网络的注入电流为正；

U_B ：为节点电压的列向量；

Y_B ：为节点导纳矩阵。

Y_B —节点导纳矩阵

- 对角元 Y_{ii} 称为自导纳，数值上等于该节点直接连接的所有支路导纳的总和；
- 非对角元 Y_{ij} 称为互导纳，数值上等于连接节点 i, j 支路导纳的负值。

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

N个节点的电力网络的节点导纳矩阵的特点：

- $n \times n$ 阶方阵；
- 对称
- 复数矩阵
- 每一非对角元素 Y_{ij} 是节点 i 和 j 间支路导纳的负值，当 i 和 j 间没有直接相连的支路时，为0。根据一般电力系统的特点，每一节点平均与3-5个相邻节点有直接联系，所以导纳矩阵是一高度稀疏矩阵。互导纳，不包括对地支路。
- 对角元素 Y_{ii} 为所有联结于节点 i 的支路的导纳之和。

节点导纳矩阵的修改:

1. 原网络节点增加一接地支路

设在节点i增加一接地支路，由于没有增加节点数，节点导纳矩阵阶数不变，只有自导纳 Y_{ii} 发生变化，变化量为节点i新增接地支路导纳 y_i' ：

$$Y_{ii}' = Y_{ii} + y_i'$$

2. 原网络节点i, j增加一条支路

节点导纳矩阵的阶数不变，只是由于节点i和j间增加了一条支路导纳 y_{ij} 而使节点i和j之间的互导纳、自导纳发生变化：

$$Y_{ii}' = Y_{ii} + y_{ij} \quad Y_{jj}' = Y_{jj} + y_{ij} \quad Y_{ij}' = Y_{ji}' = Y_{ij} - y_{ij}$$

节点导纳矩阵的修改:

3. 从原网络引出一条新支路, 同时增加一个新节点

设原网络有 n 个节点, 从节点 $i(i \leq n)$ 引出一条支路 y_{ij} 及新增一节点 j , 由于网络节点多了一个, 所以节点导纳矩阵也增加一阶, 有变化部分:

$$Y_{ii}' = Y_{ii} + y_{ij} \quad Y_{jj}' = y_{ij} \quad Y_{ij}' = Y_{ji}' = -y_{ij}$$

4. 删除网络中的一条支路

与增加相反, 可理解为增加了一条负支路

5. 修改原网络中的支路参数

可理解为先将被修改支路删除, 然后增加一条参数为修改后导纳值的支路。因此, 修改原网络中的支路参数可通过给原网络并联一条支路来实现。

节点导纳矩阵的修改:

6. 增加一台变压器

可由步骤1、2构成



7. 将节点 i 、 j 之间变压器的变比由 k 改为 k'

可由步骤5构成



2. 运用节点阻抗矩阵的节点电压方程：

$$Z_B I_B = U_B$$

I_B ：为节点注入电流的列向量，可理解为各节点电源电流与负荷电流之和，并规定电源流向网络的注入电流为正；

U_B ：为节点电压的列向量；

Z_B ：为节点阻抗矩阵。

$$Y_B^{-1} I_B = U_B \quad Z_B = Y_B^{-1}$$

4-2 功率方程和节点分类

在实际电力系统中，已知的运行条件往往不是节点的注入电流而是负荷和发电机的功率，而且这些功率一般不随节点电压的变化而变化，因此在节点功率不变的情况下，节点的注入电流随节点电压的变化而变化。在已知节点导纳矩阵的情况下，必须用已知的节点功率来代替未知的节点注入电流，才能求出节点电压。

每节点的注入功率方程式为：

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i^* I_i = \dot{U}_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* \dot{U}_j$$

其中：

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li}$$
$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li}$$

$$\dot{U}_i = U_i \angle \delta \quad \text{或} \quad \dot{U}_i = e_i + jf_i$$

对于N个节点的电力网络，可以列出2N个功率方程。每个节点具有四个变量，N个节点有4N个变量，但只有2N个关系方程式。



因此，需根据电力系统的情况，增加已知条件：

1. 在具有N个节点的系统中，给定 (N-1) 对控制变量 P_{Gi} 、 Q_{Gi} ，余下一对控制变量待定 P_{Gs} 、 Q_{Gs} ，其将使系统功率，包括电源功率、负荷功率和损耗功率保持平衡
2. 给定一对状态变量 δ_s 、 U_s ，要求确定 (n-1) 对状态变量 δ_i 、 U_i ， δ_s 给定的通常为0， U_s 一般取标么值为1，以使系统中各节点的电压水平在额定值附近。
3. 除此之外，还应满足一些约束条件：
 - 1) U的约束条件： $U_{min} < U_i < U_{max}$
 - 2) δ 的约束条件： $|\delta_i - \delta_j| < |\delta_i - \delta_j|_{max}$

根据给定节点变量的不同，可以有以下三种类型的节点：

1. PV节点（电压控制母线）

这种节点的注入有功功率 P_i 为给定值，电压 U_i 也保持在给定数值。这种类型节点相当于发电机母线节点，其注入的有功功率由汽轮机调速器设定，而电压则大小由装在发电机上的励磁调节器控制；或者相应于一个装有调相机或静止补偿器的变电所母线，其电压由可调无功功率的控制器设定。

要求有连续可调的无功设备，调无功来调电压值。

2. PQ节点

这种节点的注入有功和无功功率是给定的，相应于实际电力系统中的一个负荷节点，或有功和无功功率给定的发电机母线。

3. 平衡节点

这种节点用来平衡全电网的功率，一般选用一容量足够大的发电厂（通常是承担系统调频任务的发电厂）来担任。平衡节点的电压和相位大小是给定的，通常以它的相角为参考量，即取其电压相角为0。一个独立的电力网络只设一个平衡节点。

注意：

三类节点的划分并不是绝对不变的。PV节点之所以能控制其节点的电压为某一设定值，重要原因在于它具有可调节的无功功率出力。一旦它的无功功率出力达到可调节的上限或下限，就不能使电压保持在设定值，PV节点将转化成PQ节点。

4-3 高斯-塞德尔法潮流计算

➤ 迭代法

考察下列形式的方程：

$$x = \varphi(x)$$

这种方程是隐式的，因而不能直接得出它的根，但如果给出根的某个猜测值，代入上式的右端，即可求得：

$$x_1 = \varphi(x_0)$$

再进一步得到： $x_2 = \varphi(x_1)$

如此反复迭代：

$$x_{k+1} = \varphi(x_k)$$

确定数列 $\{x_k\}$ 有极限

$$x^* = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k$$

则称迭代过程收敛，极限值 x^* 为方程的根。

上述迭代法是一种逐次逼近迭代法，称为高斯迭代法。

➤ 高斯-塞德尔迭代法

在高斯法的每一次迭代过程中是用上一次迭代的全部分量来计算本次的所有分量，显然在计算第 i 个分量时，已经计算出来的最新分量并没有被利用，从直观上看，最新计算出来的分量可能比旧的分量要好些。因此，对这些最新计算出来的第 $k+1$ 次近似分量加以利用，就是高斯-塞德尔迭代法。

➤ 高斯-塞德尔迭代法计算潮流

功率方程的特点：描述电力系统功率与电压关系的方程式是一组关于电压的非线性代数方程式，不能用解析法直接求解。



假设有n个节点的电力系统，没有PV节点，平衡节点编号为s，功率方程可写成下列复数方程式：

$$\dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^*} - \sum_{j=1, \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j \right), i = 1, 2, \dots, n; i \neq s$$

对每一个PQ节点都可列出一个方程式，因而有n-1个方程式。在这些方程式中，注入功率Pi和Qi都是给定的，平衡节点电压也是已知的，因而只有n-1个节点的电压为未知量，从而有可能求得唯一解。

高斯-塞德尔迭代法解潮流如下：

$$\dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left\{ \frac{P_i - jQ_i}{U_i^*} - \left(\sum_{j=1, j \neq i}^{i-1} Y_{ij} \dot{U}_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right) \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots, n; i \neq s$$

如系统内存在PV节点，假设节点p为PV节点，设定的节点电压为 U_{p0} 。假定高斯-塞德尔迭代法已完成第k次迭代，接着要做第k+1次迭代前，先按下式求出节点p的注入无功功率：

$$Q_p^{(k+1)} = \text{Im}(\dot{U}_p^{(k)} \sum_{j=1}^n Y_{pj}^* \dot{U}_j^k)$$

然后将其代入下式，求出节点p的电压：

$$\dot{U}_p^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{pp}} \left(\frac{P_p - jQ_p^{(k+1)}}{U_p^{(k)*}} - \sum_{j=1, \neq p}^n Y_{pj} \dot{U}_j^{(k)} \right)$$

在迭代过程中，按上式求得的节点p的电压大小不一定等于设定的节点电压 U_{p0} ，所有在下一次的迭代中，应以设定的 U_{p0} 对电压进行修正，但其相角仍保持上式所求得的值，使得

$$\dot{U}_p^{(k+1)} = U_{p0} \angle \delta_p^{(k+1)}$$

如果所求得PV节点的无功功率越限，则无功功率在限，该PV节点转化为PQ节点。

➤ 高斯-塞德尔迭代法计算潮流的步骤：

1. 设定各节点电压的初值，并给定迭代误差判据；
2. 对每一个PQ节点，以前一次迭代的节点电压值代入功率迭代方程式求出新值；
3. 对于PV节点，求出其无功功率，并判断是否越限，如越限则将PV节点转化为PQ节点；
4. 判别各节点电压前后二次迭代值相量差的模是否小于给定误差，如不小于，则回到第2步，继续进行计算，否则转到第5步；
5. 根据功率方程求出平衡节点注入功率；
6. 求支路功率分布和支路功率损耗。

4-3 牛顿-拉夫逊法潮流计算

➤ 牛顿-拉夫逊法

牛顿-拉夫逊法是求解非线性代数方程有效的迭代计算方法。在牛顿-拉夫逊法的每一次迭代过程中，非线性问题通过线性化逐步近似。以单变量问题为例：

设非线性函数： $f(x)=0$

设解的初值为 x_0 ，与真解的误差为 Δx_0 ，则上式写为： $f(x_0 - \Delta x_0) = 0$

经泰勒展开为：

$$f(x_0 - \Delta x_0) \approx f(x_0) - f'(x_0) \Delta x_0 \approx 0$$

$$\Delta x_0 = f(x_0) / f'(x_0)$$

$$x_1 = x_0 - \Delta x_0$$

将 x_1 作为新的初值上述式子，再求出新的修正量。如果两次迭代解的差值小于某一给定的允许误差值，则认为所求的值为该问题的解。一般写成如下迭代式：

$$f(x_k) = J \Delta x_0 \quad (1)$$

其中： $J = f'(x_k)$ ，称为雅可比因子。

这就是单变量的牛顿-拉夫逊法。

将单变量问题推广到具有 n 个未知变量的 X 的 n 阶非线性联立代数方程组 $F(X)$ ，此时(1)式可写成：

$$F(X_k) = J_k \Delta X_k$$

其中： J 为函数向量 $F(X)$ 对变量 X 的一阶偏导数的雅可比矩阵，是 n 阶方阵。

-1

每次迭代的修正量为： $\Delta X_k = J_k^{-1} F(X_k)$

➤ 牛顿-拉夫逊法计算潮流

节点功率方程式：

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i^* I_i = \dot{U}_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* \dot{U}_j$$

根据节点电压和节点导纳矩阵表示的不同，可以得到三种牛顿-拉夫逊法潮流计算方法：

1. 节点电压以极坐标形式表示的牛顿-拉夫逊法潮流计算方法，即节点电压表示为：

$$\dot{U}_i = U_i \angle \delta_i$$

功率方程可分成实部和虚部两个方程：

$$P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0$$

$$Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = 0$$

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$$

G_{ij}, B_{ij} 为节点导纳矩阵元素 Y_{ij} 的实部和虚部

$$P_i = P_G - P_L$$

$$Q_i = Q_G - Q_L$$

对功率方程求导，得到修正方程为：

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ J_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta U_i / U_i \end{bmatrix}$$

其中雅可比矩阵的各元素分别为：

$$H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}, N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} U_j$$

$$J_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}, L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} U_j$$

非对角元素:

$$H_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$N_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$J_{ij} = U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = -N_{ij}$$

$$L_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = H_{ij}$$

对角元素:

$$H_{ii} = Q_i + B_{ii} U_i^2$$

$$N_{ii} = -P_i - G_{ii} U_i^2$$

$$J_{ii} = -P_i + G_{ii} U_i^2$$

$$L_{ii} = -Q_i + B_{ii} U_i^2$$

修正方程中对各类节点的处理：

- **PQ节点**：每个PQ节点有两个变量 $\Delta\delta_i$ 和 ΔU_i 待求，都要参加联立求解；
- **PV节点**：节点电压给定， ΔU_i 为零，只有一个变量 $\Delta\delta_i$ ，因此，该类节点只有有功部分参加联立求解，而雅可比矩阵中该类节点无功部分则除去相应的行和列，但每次迭代完成需计算该节点的无功功率，以校验是否越限；
- **平衡节点**：因其电压大小、相位均为已知，所以不需要参加联立求解，一般处理为，在雅可比矩阵中对应该节点的对角元素为一大数，其他部分为0，当迭代结束后再求该节点的有功功率和无功功率。

2. 节点电压以直角坐标形式表示的牛顿-拉夫逊法潮流计算方法，即节点电压表示为： $\dot{U}_i = e_i + jf_i$

功率方程可分成实部和虚部两个方程：

$$P_i - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0$$

$$Q_i - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0$$

G_{ij}, B_{ij} 为节点导纳矩阵元素 Y_{ij} 的实部和虚部

$$P_i = P_G - P_L$$

$$Q_i = Q_G - Q_L$$

对功率方程求导，得到修正方程为：

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ J_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_i \\ \Delta f_i \end{bmatrix}$$

其中雅可比矩阵的各元素分别为：

$$H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j}, N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j}$$
$$J_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j}, L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j}$$

非对角元素:

$$H_{ij} = -G_{ij} f_i + B_{ij} e_i$$

$$N_{ij} = -G_{ij} e_i - B_{ij} f_i$$

$$J_{ij} = G_{ij} e_i + B_{ij} f_i = -N_{ij}$$

$$L_{ij} = -G_{ij} f_i + B_{ij} e_i = H_{ij}$$

对角元素:

$$H_{ii} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) + B_{ii} e_i - G_{ii} f_i$$

$$N_{ii} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - G_{ii} e_i - B_{ii} f_i$$

$$J_{ii} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + G_{ii} e_i + B_{ii} f_i$$

$$L_{ii} = \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) + B_{ii} e_i - G_{ii} f_i$$

修正方程中对各类节点的处理：

- **PQ节点**：每个PQ节点有两个变量 Δe_i 和 Δf_i 待求，都要参加联立求解；
- **PV节点**：节点电压有效值给定，它们之间的关系为：
$$e_i^2 + f_i^2 = U_i^2$$
，用这个关系式来代替该节点无功功率表达式，并改变雅可比矩阵中对应该节点相应的部分；
- **平衡节点**：因其电压大小、相位均为已知，所以不需要参加联立求解，一般处理为，在雅可比矩阵中对应该节点的对角元素为一大数，其他部分为0，当迭代结束后再求该节点的有功功率和无功功率。

3. 节点电压以完全极坐标形式表示的牛顿-拉夫逊法潮流计算方法，即节点电压和节点导纳矩阵都以极坐标形式表示。

功率方程为：

$$P_i - \sum_{j=1}^n V_i Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij} = 0$$

$$Q_i - \sum_{j=1}^n V_i Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij} = 0$$

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

$$\delta_{ij} = \delta_j - \delta_i - \alpha_{ij}$$

$$\begin{cases} H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} = -V_i Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij} \\ H_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j} V_j = -V_i Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij} \\ N_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = -(V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij} + V_i^2 Y_{ii} \cos \alpha_{ii}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} = V_i Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij} \\ J_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j} V_j = -V_i Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij} \\ L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = -(V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij} - V_i^2 Y_{ii} \sin \alpha_{ii}) \end{cases}$$

修正方程中对各类节点的处理：

- **PQ节点**：都要参加联立求解；
- **PV节点**：该类节点只有有功部分参加联立求解，而雅可比矩阵中该类节点无功部分则除去相应的行和列，但每次迭代完成需计算该节点的无功功率，以校验是否越限；
- **平衡节点**：因其电压大小、相位均为已知，所以不需要参加联立求解，一般处理为，在雅可比矩阵中对应该节点的对角元素为一大数，其他部分为0，当迭代结束后再求该节点有功功率和无功功率。

➤ 雅可比矩阵的特点

- 1) 雅可比矩阵为一**非奇异方阵**。传统的，当节点电压以极坐标表示时，该矩阵为 $2(n-1)-m$ 阶方阵（ m 为PV节点数）；当节点电压以直角坐标表示时，该矩阵为 $2(n-1)$ 阶方阵。现在，为了便于编程，一般为经过处理的 $2n$ 阶。
- 2) 矩阵元素与节点电压有关，故每次迭代时都要**重新计算**。
- 3) 与导纳矩阵具有相似的结构，当 $Y_{ij}=0$ ， H_{ij} 、 N_{ij} 、 J_{ij} 、 L_{ij} 均为0，因此也是**高度稀疏**的矩阵。
- 4) 具有**结构对称性**，但数值不对称

注意：当在计算过程中发生PV节点的无功功率越限时，PV节点要转化为PQ节点

- 牛顿-拉夫逊法计算电力系统潮流的基本步骤：
- 1) 形成节点导纳矩阵；
 - 2) 给各节点电压设初值；
 - 3) 将节点电压初值代入，求出修正方程式的常数项向量；
 - 4) 将节点电压初值代入，求出雅可比矩阵元素；
 - 5) 求解修正方程式，求出变量的修正向量；
 - 6) 求出节点电压的新值；
 - 7) 如有PV节点，则检查该类节点的无功功率是否越限；
 - 8) 检查是否收敛，如不收敛，则以各节点电压的新值作为初值自第3步重新开始下一次迭代，否则转入下一步。
 - 9) 计算支路功率分布，PV节点无功功率和平衡节点注入功率，最后输出结果，并结束。

牛顿-拉夫逊法计算电力系统潮流有关问题

1. 稀疏矩阵表示法

➤ **节点导纳矩阵**：高度稀疏的 N 阶复数对称方阵。因此记录矩阵的下三角。

❖ 用数组表示

数组1：记录矩阵对角元素的数值；

数组2：记录矩阵非对角元素的数值（按列存储）；

数组3：记录矩阵非对角元素的行号；

数组4：记录矩阵非对角元素的按行排的位置数；

数组5：记录矩阵非对角元素的按行存储对应按列存储的位置数

❖ 非对角元素用指针表示，一个指针用结构表示：

{ 行号;
列号;
幅值;
角度;
指针（指向下一个非零元素）。

对角元素用一个一维数组表示。

➤ **雅可比矩阵：**高度稀疏的 $2N$ 阶实数方阵，其形式对称但数值不对称。其稀疏程度与节点导纳矩阵相同，可根据节点导纳矩阵形成。

2. 高斯消去法

求解牛顿-拉夫逊法潮流计算的修正方程，可以采用矩阵求逆的方法。但是由于潮流计算的雅可比矩阵通常是一个高度稀疏的矩阵，其逆阵则是一个满矩阵，因此用求逆的方法会增加额外的存储单元和计算工作量。而用高斯消去法则可以保持方程组原有的稀疏性，可以大大减少计算所需的内存和时间。

3. 节点的优化编号

- **静态优化法：**按静态联结支路数的多少编号。
统计好网络中各节点联结的支路数后，按联结支路数的多少，由少到多，顺序编号。
- **半动态优化法：**按动态联结支路数的多少编号。
先只编一个联结支路数最小的节点号，并立即将其消去；再编消去第一个节点后联结支路数最小的节点号，再立即将其消去……依此类推。
- **动态优化法：**按动态增加支路数的多少编号。
不首先进行节点编号，而是寻找消去后出现的新支路数最少的节点，并为其编号，且立即将其消去；然后再寻找第二个消去后出现的新支路数最少的节点并为其编号，再立即将其消去……依此类推。

4. 牛顿-拉夫逊法的收敛特性

牛顿-拉夫逊法具有平方收敛特性，高斯-塞德尔法为一阶收敛特性。

牛顿-拉夫逊法对初值设定很敏感。因此，在实际应用当中，常常在牛顿-拉夫逊法计算潮流以前先用对初值不敏感的高斯-塞德尔法（迭代1-2次）计算电压的初值。

4-5 P-Q分解法

P-Q分解法是牛顿-拉夫逊法潮流计算的一种简化方法。

牛顿-拉夫逊法的缺点：牛顿-拉夫逊法的雅可比矩阵在每一次迭代过程中都有变化，需要重新形成和求解，这占据了计算的大部分时间，成为牛顿-拉夫逊法计算速度不能提高的主要原因。

P-Q分解法利用了电力系统的一些特有的运行特性，对牛顿-拉夫逊法做了简化，以改进和提高计算速度。

牛顿-拉夫逊法简化形成P-Q分解法的过程

牛顿-拉夫逊法修正方程展开为：

$$\Delta P = H\Delta\delta + NU^{-1}\Delta U$$

$$\Delta Q = J\Delta\delta + LU^{-1}\Delta U$$

根据电力系统的运行特性进行简化：

1. 考虑到电力系统中有功功率分布主要受节点电压相角的影响，无功功率分布主要受节点电压幅值的影响，所以可以近似的忽略电压幅值变化对有功功率和电压相位变化对无功功率分布的影响，即：

$$N = 0, J = 0$$

$$\Delta P = H\Delta\delta, \Delta Q = LU^{-1}\Delta U$$

2. 根据电力系统的正常运行条件还可作下列假设：
- 1) 电力系统正常运行时线路两端的电压相位角一般变化不大（不超过10~20度）；
 - 2) 电力系统中一般架空线路的电抗远大于电阻；
 - 3) 节点无功功率相应的导纳 Q/U^*U 远小于该节点的自导纳的虚部。

用算式表示如下：

$$\begin{aligned} 1) \quad & \cos \delta_{ij} \approx 1 \\ 2) \quad & G_{ij} \sin \delta_{ij} \ll B_{ij} \\ 3) \quad & Q_i \ll U_i^2 B_{ii} \end{aligned}$$

由以上假设，可得到雅可比矩阵的表达式为：

$$H_{ij} = L_{ij} = U_i U_j B_{ij}$$

$$H_{ii} = L_{ii} = U_i^2 B_{ii}$$

修正方程式为：

$$\Delta P = UBU\Delta\delta$$

$$\Delta Q = UBU(U^{-1}\Delta U) = UB\Delta U$$

U为节点电压有效值的对角矩阵，B为电纳矩阵（由节点导纳矩阵中各元素的虚部构成）

根据不同的节点还要做一些改变：

1. 在有功功率部分，要除去与有功功率和电压相位关系较小的因素，如不包含各输电线路和变压器支路等值Π型电路的对地电纳。
2. 在无功功率部分，PV节点要做相应的处理。

则修正方程表示为：

$$U^{-1}\Delta P = B'U\Delta\delta$$

$$U^{-1}\Delta Q = B''\Delta U$$

一般，由于以上原因， B' 和 B'' 是不相同的，但都是对称的常数矩阵。

P-Q分解法的特点：

- 以一个 $n-1$ 阶和一个 $n-m-1$ 阶线性方程组代替原有的 $2n-m-1$ 阶线性方程组；
- 修正方程的系数矩阵 B' 和 B'' 为对称常数矩阵，且在迭代过程中保持不变；
- P-Q分解法具有线性收敛特性，与牛顿-拉夫逊法相比，当收敛到同样的精度时需要的迭代次数较多；
- P-Q分解法一般只适用于110KV及以上电网的计算。因为35KV及以下电压等级的线路 r/x 比值很大，不满足上述简化条件，可能出现迭代计算不收敛的情况。

4-6 直流法潮流计算

- 直流法的特点：简单、计算工作量小、没有收敛性问题，易于快速处理投入或断开线路等操作。广泛应用于电力系统规划、静态安全分析以及牛顿-拉夫逊法潮流的初值计算等需要大量计算或运行条件不十分理想的场合。
- 直流法的适用范围：110KV以上的超高压线路。
- 直流法的经常处理的问题：处理开断问题，例如，在电力系统规划和电力系统静态安全分析时，需要进行一种所谓N-1校核计算，即对于某一种运行方式要逐一开断系统中的线路或变压器，检查是否存在支路过载情况。

直流法计算潮流的过程

电力网中每条支路i-j中通过的有功功率为：

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \operatorname{Re} \left[\dot{U}_i^* I_{ij} \right] = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_i^* y_{ij} \left(\dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \right] \\ &= U_i^2 g_{ij} - U_i U_j \left[g_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \right] \end{aligned}$$

根据电力系统的实际条件可做如下假设：

1. 实际电力系统中输电线路（或变压器）的电阻远小于其电抗，对地电导可忽略不计
2. 在正常运行时线路两端相位差很少超过 20°
3. 节点电压值的偏移很少超过10%，且对有功功率分布影响不大

用式子表示:

$$1. g_{ij} \approx 0, b_{ij} \approx -1/x_{ij}$$

$$2. \sin \delta_j \approx \delta_i - \delta_j, \cos \delta_{ij} \approx 1$$

$$3. U_i \approx U_j \approx 1$$

从而可得:

$$P_{ij} = -b_{ij}(\delta_i - \delta_j) = (\delta_i - \delta_j)/x_{ij}$$

各节点的注入功率为与该节点相连各支路功率之和:

$$P_i = \sum_{j \in i} B_{ij}(\delta_i - \delta_j) = -(-\sum_{j \in i} B_{ij}\delta_i + \sum_{j \in i} B_{ij}\delta_j) = \sum_{j=1}^n (-B_{ij}\delta_j) \\ -\sum_{j \in i} B_{ij} = B_{ii}$$

令 B_0 表示正常运行时电力网节点导纳矩阵的负数，则所有节点注入功率可用矩阵表示为：

$$P = B_0 \delta$$
$$\delta = B_0^{-1} P$$

解方程求出各节点的相角后，可利用前面的式子求出各支路的有功潮流。



直流法称呼的说明。