

第八章 受拉构件的截面承载力

第八章 受扭构件

8.1 概 述

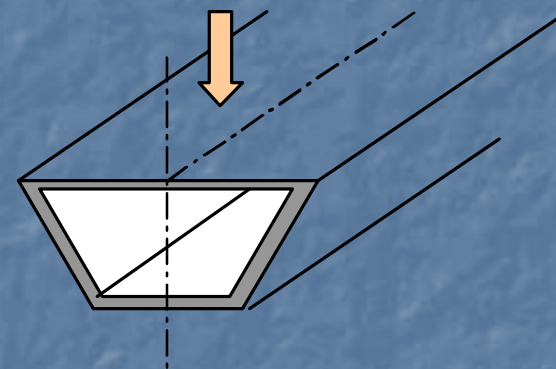
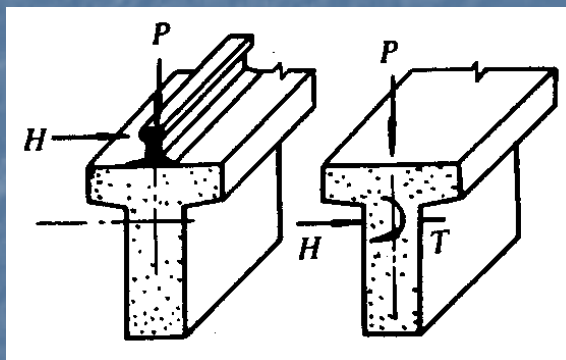
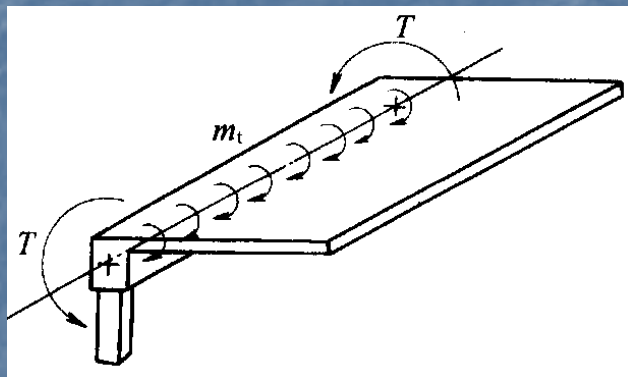
受扭构件也是一种基本构件

两类受扭构件：

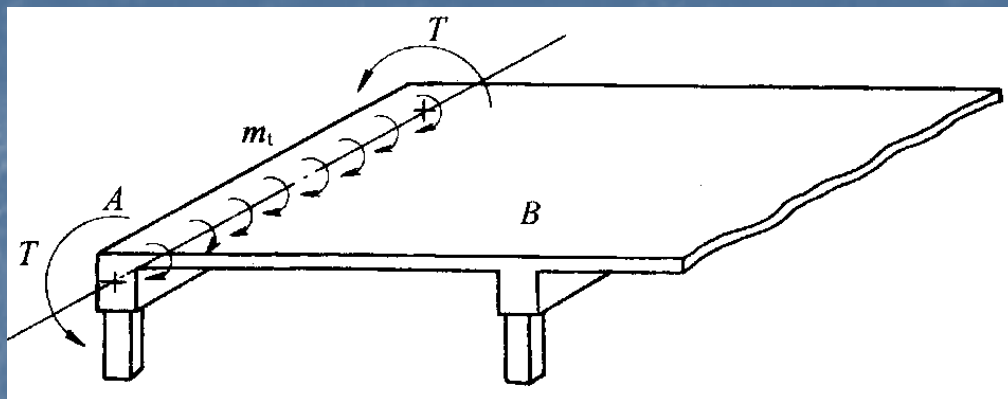
平衡扭转

约束扭转

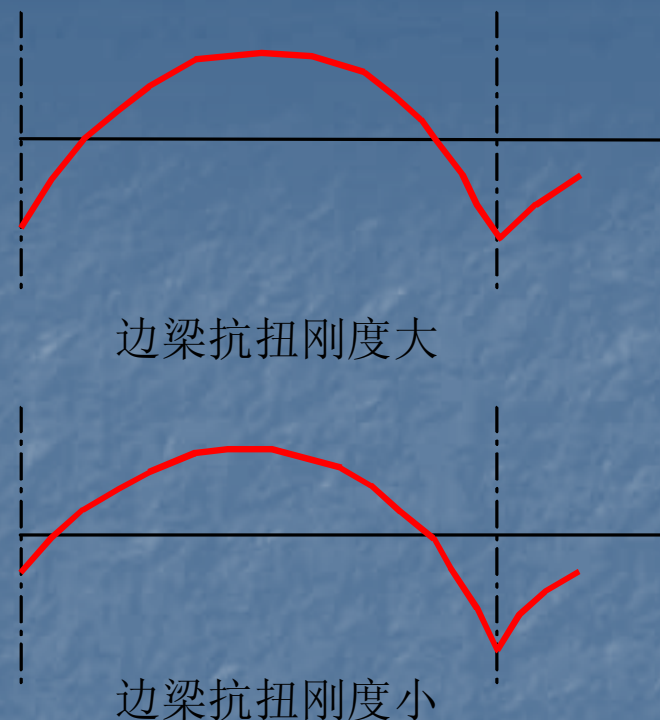
平衡扭转



- ◆ 构件中的扭矩可以直接由荷载静力平衡求出
- ◆ 受扭构件必须提供足够的抗扭承载力，否则不能与作用扭矩相平衡而引起破坏。



约束扭转



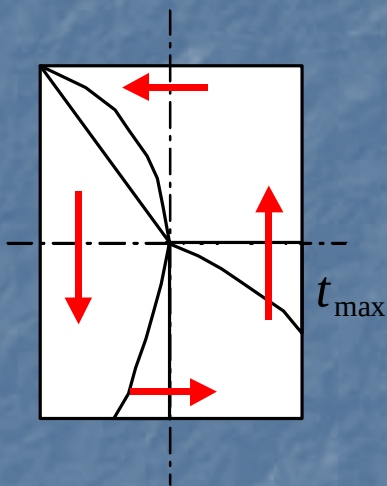
在超静定结构，扭矩是由相邻构件的变形受到约束而产生的，扭矩大小与受扭构件的抗扭刚度有关，称为约束扭转。

对于约束扭转，由于受扭构件在受力过程中的非线性性质，扭矩大小与构件受力阶段的刚度比有关，不是定值，需要考虑内力重分布进行扭矩计算。

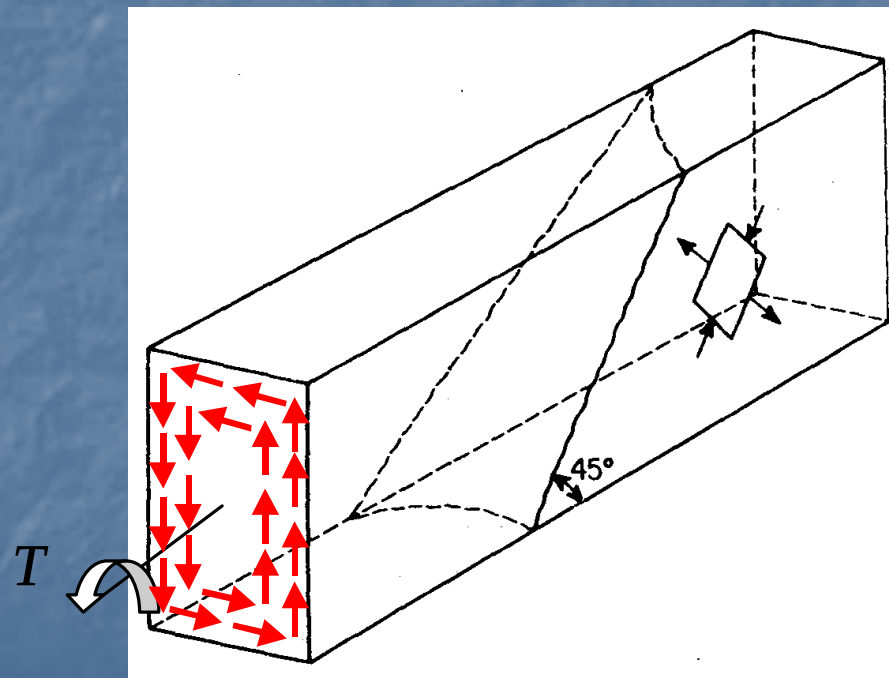
8.2 纯扭构件

一、开裂前的应力状态

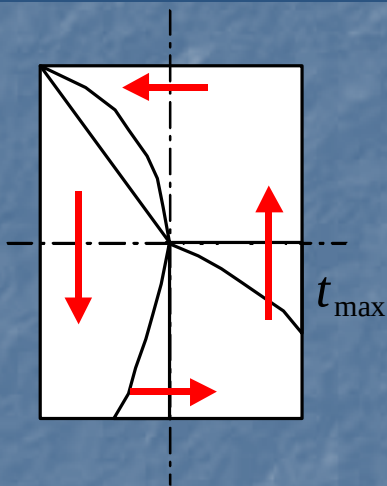
裂缝出现前，钢筋混凝土纯扭构件的受力与弹性扭转理论基本吻合。由于开裂前受扭钢筋的应力很低，可忽略钢筋的影响。矩形截面受扭构件在扭矩 T 作用下截面上的剪应力分布情况，最大剪应力 $t_{\max}$ 发生在截面长边中点



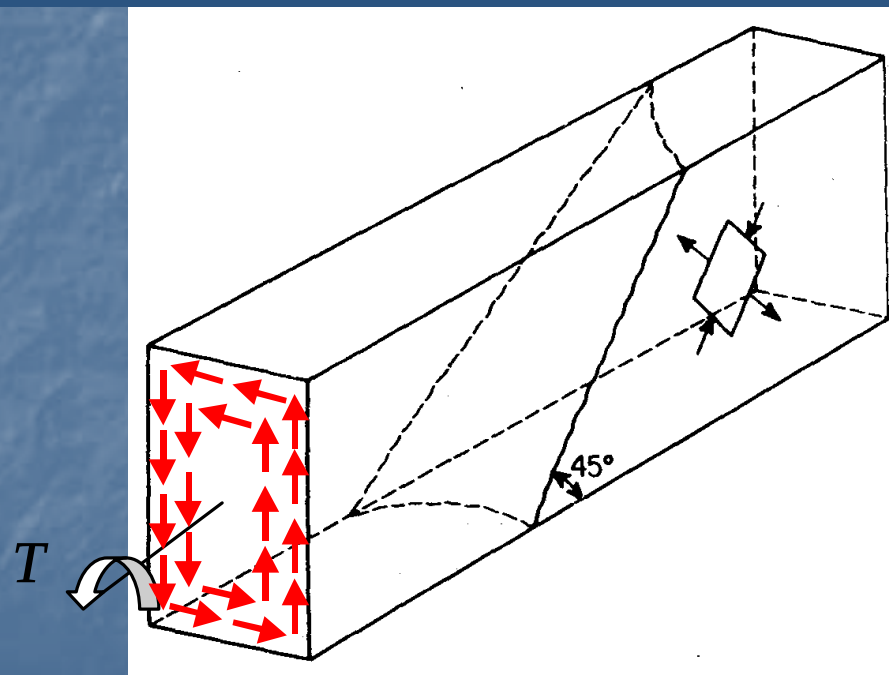
$$t_{\max} = \frac{T}{ab^2h} = \frac{T}{W_{te}}$$



- ◆ 由材料力学知，构件侧面的主拉应力 s_{tp} 和主压应力 s_{cp} 相等
- ◆ 主拉应力和主压应力迹线沿构件表面成螺旋型。
- ◆ 当主拉应力达到混凝土抗拉强度时，在构件中某个薄弱部位形成裂缝，裂缝沿主压应力迹线迅速延伸。
- ◆ 对于素混凝土构件，开裂会迅速导致构件破坏，破坏面呈一空间扭曲曲面。



$$t_{\max} = \frac{T}{ab^2h} = \frac{T}{W_{te}}$$

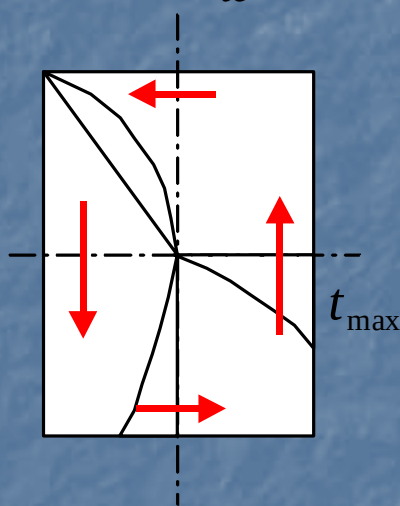


8.2 开裂扭矩

二、矩形截面开裂扭矩

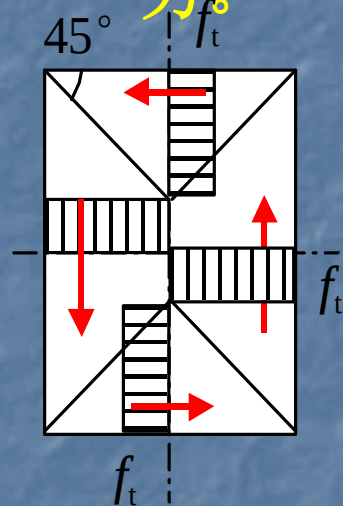
按弹性理论，当主拉应力 $\sigma_{tp} = t_{\max} = f_t$ 时

$$t_{\max} = \frac{T}{W_{te}} = f_t$$



$$T_{cr,e} = f_t W_{te}$$

按塑性理论，对理想弹塑性材料，截面上某一点达到强度时并不立即破坏，而是保持极限应力继续变形，扭矩仍可继续增加，直到截面上各点应力均达到极限强度，才达到极限承载力。



此时截面上的剪应力分布如图所示分为四个区，取极限剪应力为 f_t ，分别计算各区合力及其对截面形心的力偶之和，可求得塑性总极限扭矩为，

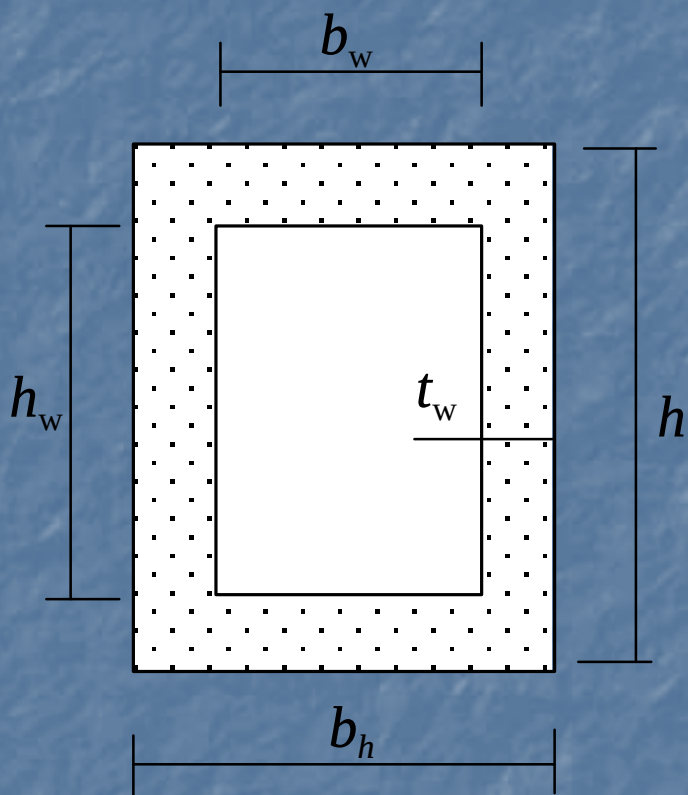
$$T_{cr,p} = f_t \frac{b^2}{6} (3h - b) = f_t W_t$$

- ◆ 混凝土材料既非完全弹性，也不是理想弹塑性，而是介于两者之间的弹塑性材料，
- ◆ 达到开裂极限状态时截面的应力分布介于弹性和理想弹塑性之间，因此开裂扭矩也是介于 $T_{cr,e}$ 和 $T_{cr,p}$ 之间。
- ◆ 为简便实用，可按塑性应力分布计算，并引入修正降低系数以考虑应力非完全塑性分布的影响。
- ◆ 根据实验结果，修正系数在0.87~0.97之间，《规范》为偏于安全起见，取 0.7。于是，开裂扭矩的计算公式为，

$$T_{cr} = 0.7 f_t W_t$$

$$W_t = \frac{b^2}{6} (3h - b) \quad \text{截面受扭塑性抵抗矩}$$

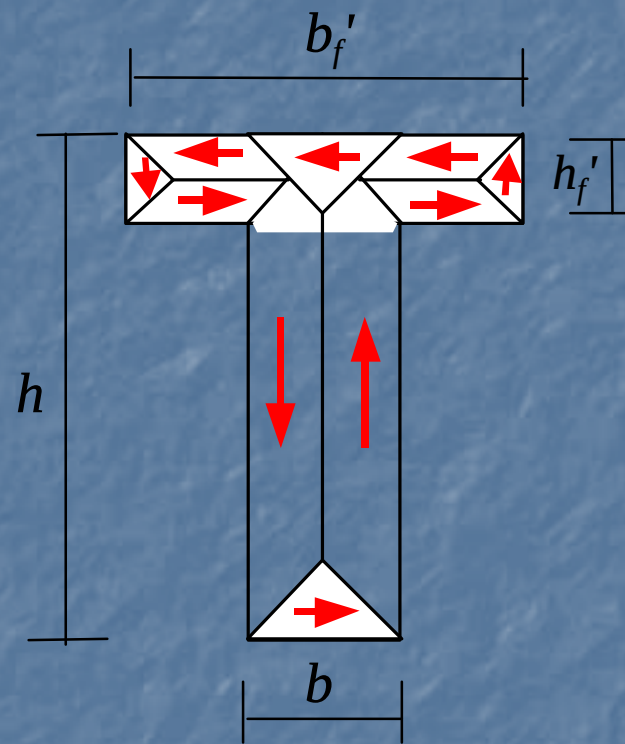
箱形截面



- ◆ 封闭的箱形截面，其抵抗扭矩的作用与同样尺寸的实心截面基本相同。
- ◆ 实际工程中，当截面尺寸较大时，往往采用箱形截面，以减轻结构自重，如桥梁中常采用的箱形截面梁。
- ◆ 为避免壁厚过薄对受力产生不利影响，规定壁厚 $t_w \geq b_h/7$ ，且 $h_w/t_w \leq 6$

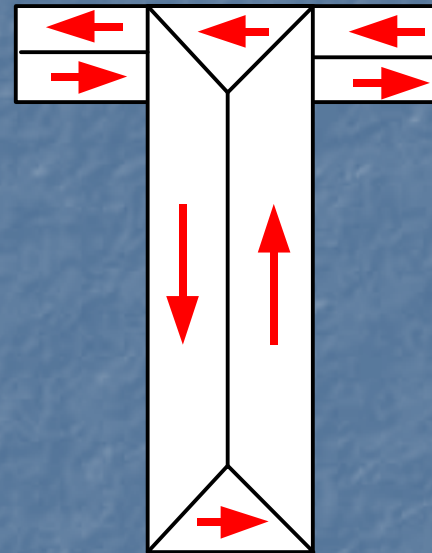
$$W_t = \frac{b_h^2}{6} (3h - b_h) - \frac{b_w^2}{6} (3h_w - b_w)$$

带翼缘截面



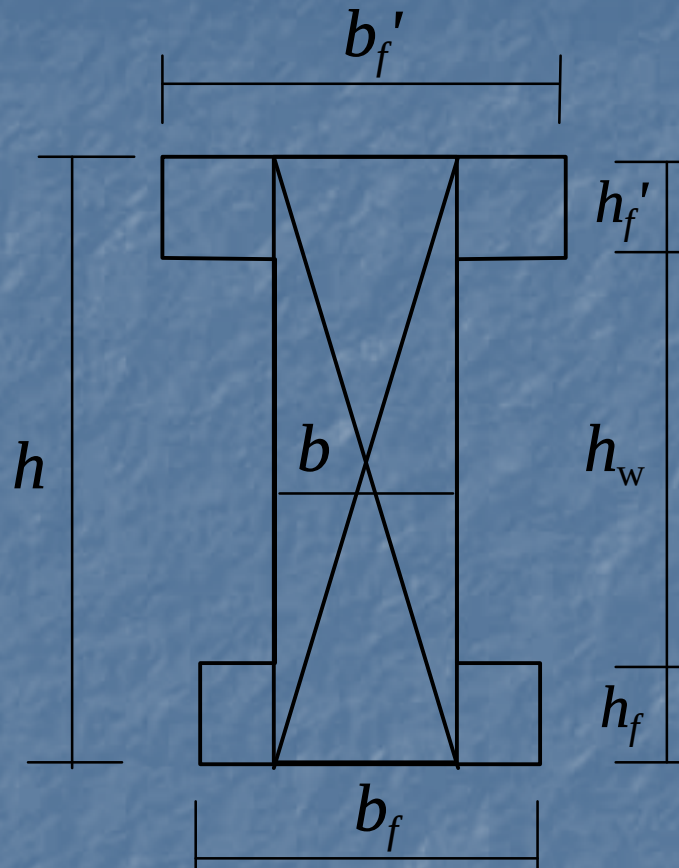
剪应力分布分区

$\approx$



简化剪应力分布分区

带翼缘截面



$$W_t = W_{tw} + W_{tf}' + W_{tf}$$

$$W_{tw} = \frac{b^2}{6} (3h - b)$$

$$W_{tf}' = \frac{h_f'^2}{2} (b_f' - b)$$

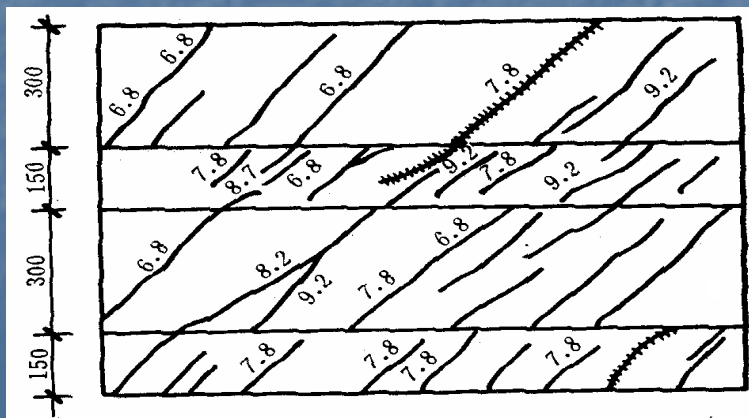
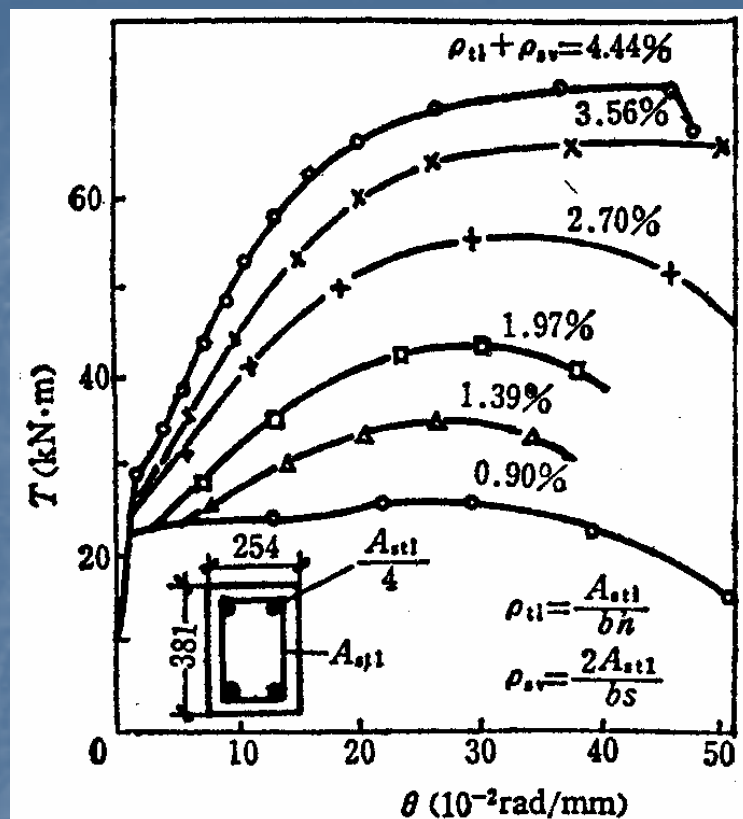
$$W_{tf} = \frac{h_f^2}{2} (b_f - b)$$

有效翼缘宽度应满足 $b_f' \leq b + 6h_f'$ 及 $b_f \leq b + 6h_f$ 的条件，且 $h_w/b \leq 6$ 。

8.3 纯扭构件的承载力计算

一、开裂后的受力性能

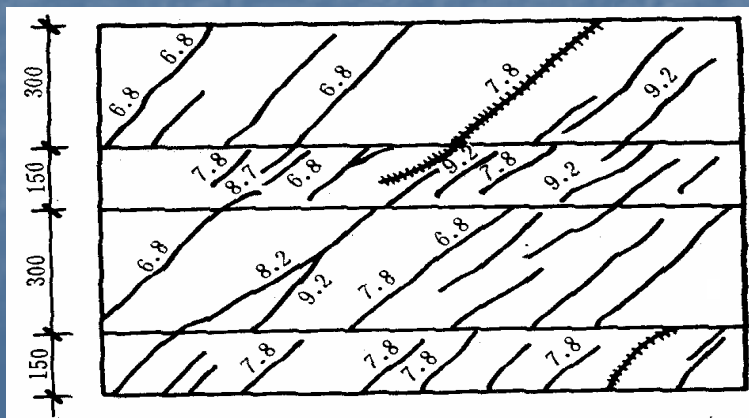
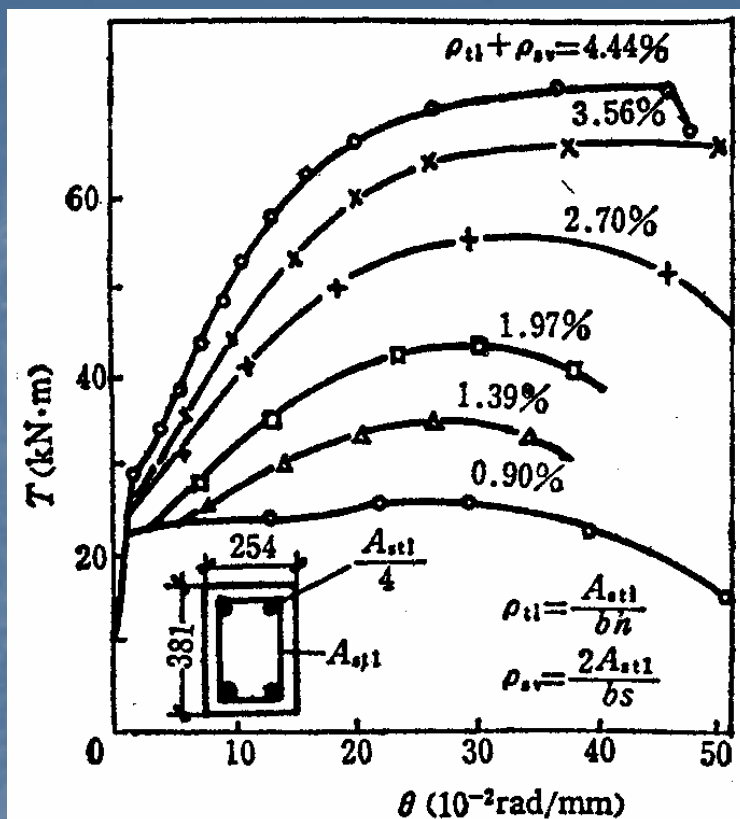
- 由前述主拉应力方向可见，受扭构件最有效的配筋形式是沿主拉应力迹线成螺旋形布置。
- 但螺旋形配筋施工复杂，且不能适应变号扭矩的作用。
- 实际受扭构件的配筋是采用箍筋与抗扭纵筋形成的空间配筋方式。



■ 开裂前， T - q 关系基本呈直线关系。

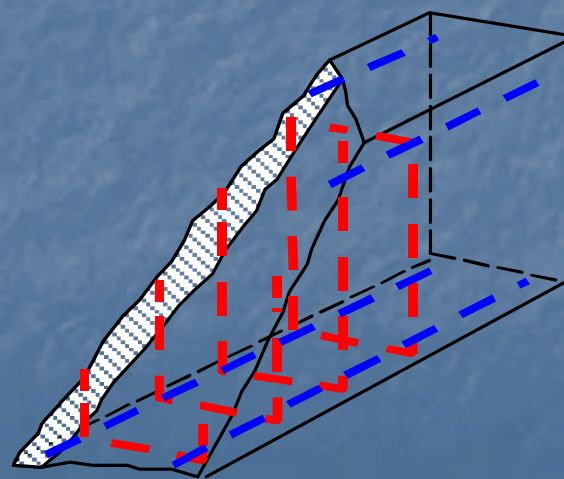
■ 开裂后，由于部分混凝土退出受拉工作，构件的抗扭刚度明显降低， T - q 关系曲线上出现一不大的水平段。

■ 对配筋适量的构件，开裂后受扭钢筋将承担扭矩产生的拉应力，荷载可以继续增大， T - q 关系沿斜线上升，裂缝不断向构件内部和沿主压应力迹线发展延伸，在构件表面裂缝呈螺旋状。



■ 当接近极限扭矩时，在构件长边上有一条裂缝发展成为临界裂缝，并向短边延伸，与这条空间裂缝相交的箍筋和纵筋达到屈服， $T-q$ 关系曲线趋于水平。

■ 最后在另一个长边上的混凝土受压破坏，达到极限扭矩。



8.3 纯扭构件的承载力

二、破坏特征

按照配筋率的不同，受扭构件的破坏形态也可分为适筋破坏、少筋破坏和超筋破坏。

◆ 对于箍筋和纵筋配置都合适的情况，与临界（斜）裂缝相交的钢筋都能先达到屈服，然后混凝土压坏，与受弯适筋梁的破坏类似，具有一定的延性。破坏时的极限扭矩与配筋量有关。

◆ 当配筋数量过少时，配筋不足以承担混凝土开裂后释放的拉应力，一旦开裂，将导致扭转角迅速增大，与受弯少筋梁类似，呈受拉脆性破坏特征，受扭承载力取决于混凝土的抗拉强度。

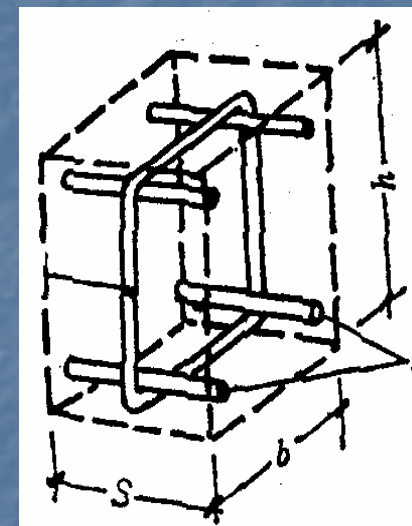
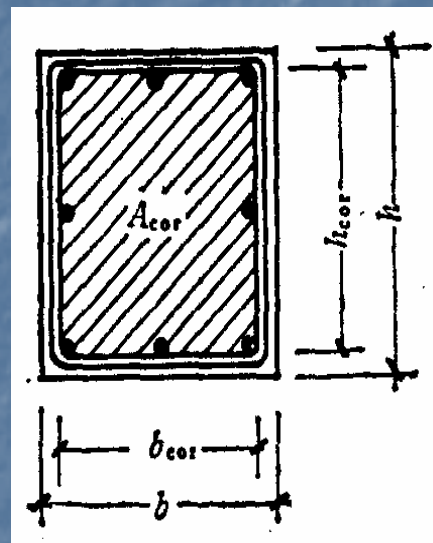
◆ 当箍筋和纵筋配置都过大时，则会在钢筋屈服前混凝土就压坏，为受压脆性破坏。受扭构件的这种超筋破坏称为完全超筋，受扭承载力取决于混凝土的抗压强度。

◆ 由于受扭钢筋由箍筋和受扭纵筋两部分钢筋组成，当两者配筋量相差过大时，会出现一个未达到屈服、另一个达到屈服的部分超筋破坏情况。

配筋强度比 z

由于受扭钢筋由箍筋和受扭纵筋两部分钢筋组成，其受扭性能及其极限承载力不仅与配筋量有关，还与两部分钢筋的配筋强度比 z 有关。

$$z = \frac{A_{stl} \cdot s}{A_{st1} \cdot u_{cor}} \cdot \frac{f_y}{f_{yv}}$$

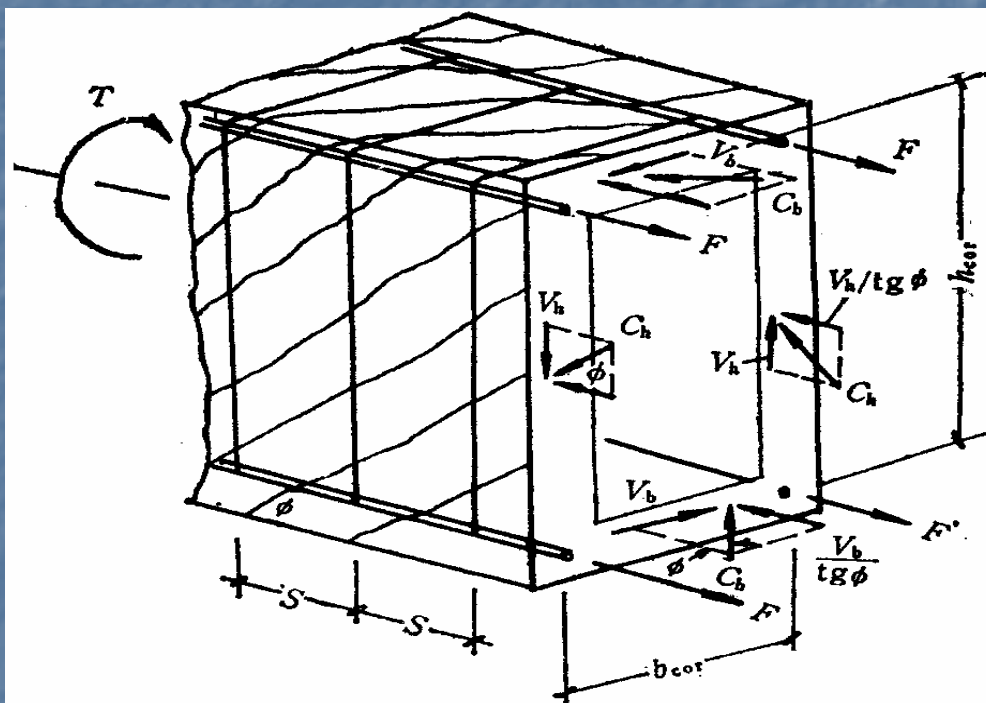


试验表明，当 $0.5 \leq z \leq 2.0$ 范围时，受扭破坏时纵筋和箍筋基本上都能达到屈服强度。但由于配筋量的差别，屈服的次序是有先后的。

《规范》建议取 $0.6 \leq z \leq 1.7$ ，设计中通常取 $z = 1.0 \sim 1.3$ 。

三、极限扭矩分析——变角空间桁架模型

对比试验表明，在其他参数均相同的情况下，钢筋混凝土实心截面与空心截面构件的极限受扭承载力基本相同。



开裂后的箱形截面受扭构件，其受力可比拟成空间桁架：纵筋为受拉弦杆，箍筋为受拉腹杆，斜裂缝间的混凝土为斜压腹杆。

设达到极限扭矩时混凝土斜压杆与构件轴线的夹角为 f ，斜压杆的压应力为 s_c ，则箱形截面长边板壁混凝土斜压杆压应力的合力为，

$$C_h = s_c \cdot h_{cor} \cdot t \cdot \cos f$$

同样，短边板壁混凝土斜压杆压应力的合力为，

$$C_b = s_c \cdot b_{cor} \cdot t \cdot \cos f$$

C_h 和 C_b 分别沿板壁方向的分力为，

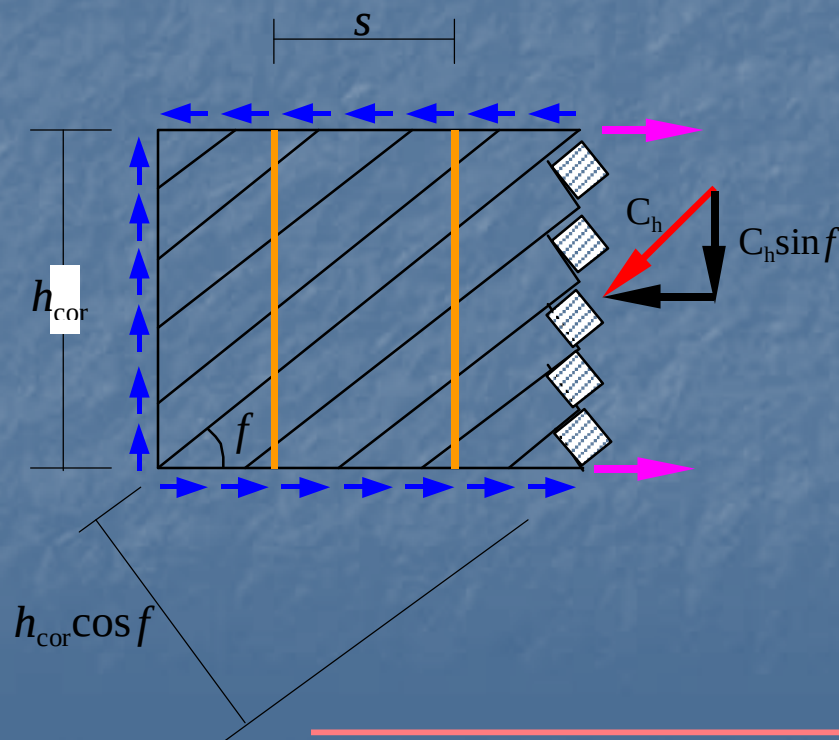
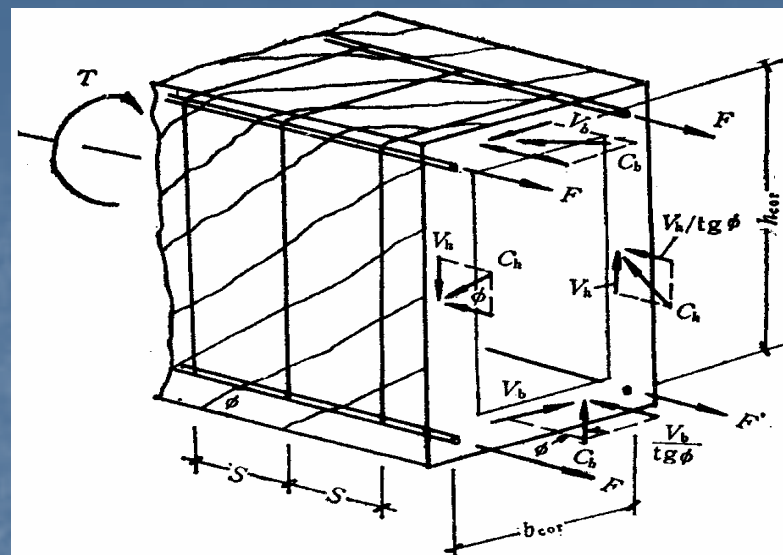
$$V_h = C_h \sin f$$

$$V_b = C_b \sin f$$

V_h 和 V_b 对构件轴线取矩得受扭承载力为，

$$T_u = V_h b_{cor} + V_b h_{cor}$$

$$T_u = 2s_c \cdot t \cdot A_{cor} \sin f \cos f$$



8.3 纯扭构件的承载力

$$T_u = 2s_c \cdot t \cdot A_{cor} \sin f \cos f$$

设箍筋和纵筋均达到屈服，由 C_h 的竖向分力与箍筋受力的平衡得，

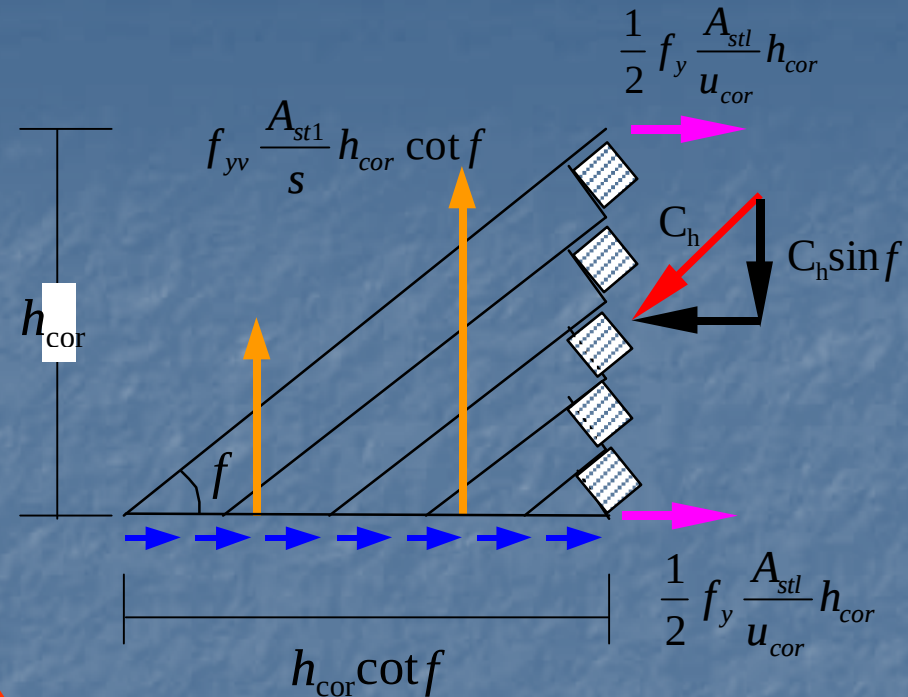
$$C_h \sin f = f_{yv} \frac{A_{st1}}{s} h_{cor} \cot f$$

由 C_h 的水平分力与纵筋受力平衡的得，

$$C_h \cos f = f_y \frac{A_{stl}}{u_{cor}} h_{cor}$$

两式消去 C_h 和 h_{cor} 得，

$$\cot^2 f = \frac{A_{stl} / u_{cor}}{A_{st1} / s} \cdot \frac{f_y}{f_{yv}} = z$$



$$C_h = s_c \cdot h_{cor} \cdot t \cdot \cos f$$

$$s_c \cdot t \cdot \cos f \sin f = f_{yv} \frac{A_{st1}}{s} \cot f$$

$$T_u = 2\sqrt{z} \cdot \frac{f_{yv} A_{st1}}{s} \cdot A_{cor}$$

8.3 纯扭构件的承载力

◆ 由以上推导可见，混凝土斜压杆角度取决于纵筋与箍筋的配筋强度比 z

$$T_u = 2\sqrt{z} \cdot \frac{f_{yv} A_{st1}}{s} \cdot A_{cor}$$

◆ 当 $z = 1.0$ 时，斜压杆角度等于 45° ，而随着 z 的改变，斜压杆角度也发生变化，故称为变角空间桁架模型。

◆ 试验表明，斜压杆角度在 $30^\circ \sim 60^\circ$ 之间。

◆ 如果配筋过多，混凝土压应力 s_c 达到斜压杆抗压强度 $n f_c$ 时，钢筋仍未达到屈服，即产生超筋破坏，此时的极限扭矩将取决于混凝土的抗压强度，即有，

$$T_u = 2s_c \cdot t \cdot A_{cor} \sin f \cos f$$

$$T_u = 2nf_c \cdot t \cdot A_{cor} \sin f \cos f$$

此式为受扭承载力的上限

《规范》受扭承载力计算公式

$$T_u = 0.35 f_t W_t + 1.2 \sqrt{z} \cdot \frac{f_{yv} A_{st1}}{s} \cdot A_{cor}$$

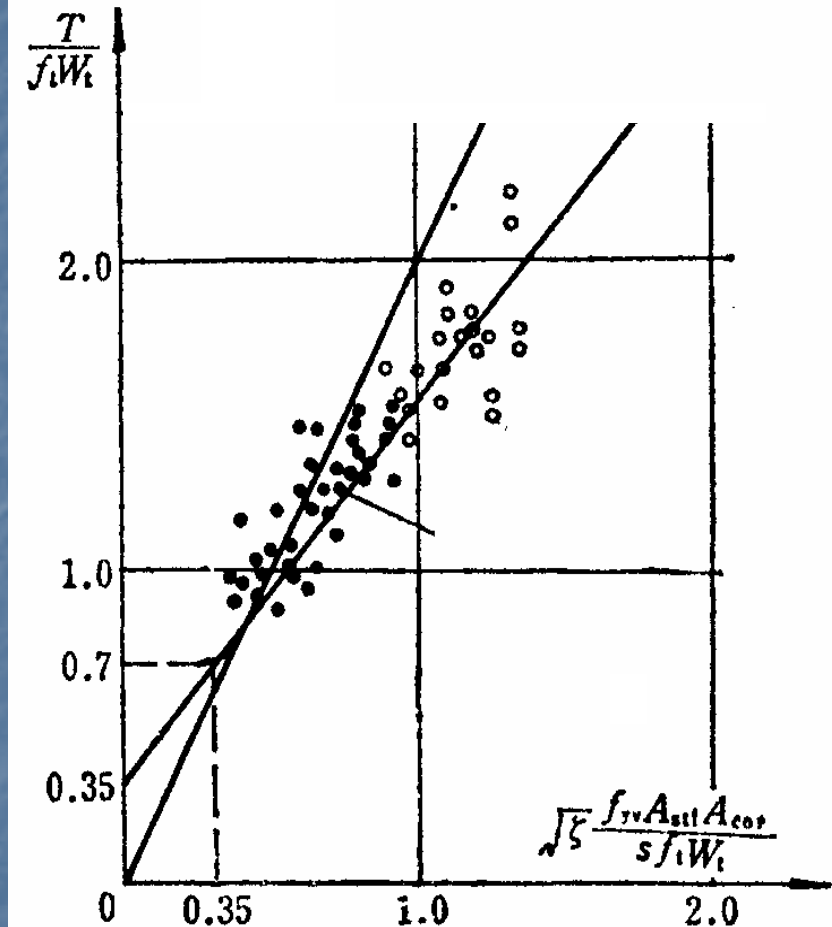
为避免配筋过多产生超筋脆性破坏

$$T \leq 0.2 b_c f_c W_t$$

为防止少筋脆性破坏

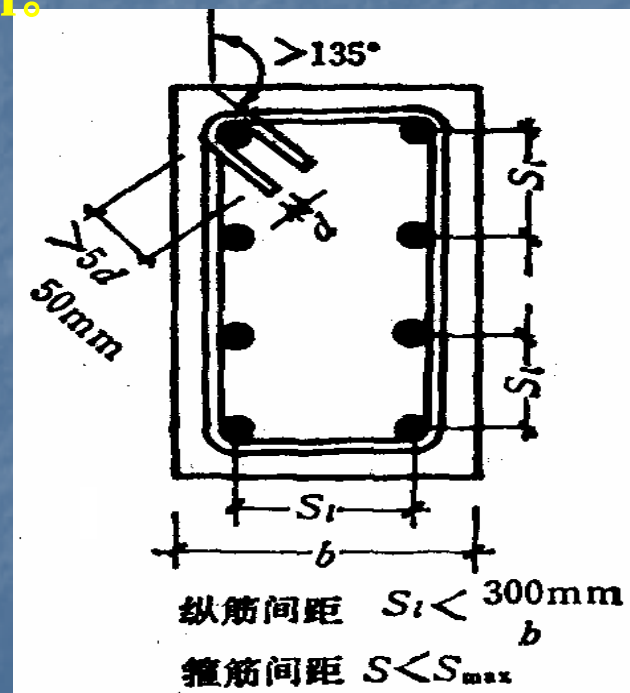
$$r_{st} = \frac{2A_{st1}}{bs} \geq r_{st,min} = 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}}$$

$$r_{tl} = \frac{A_{stl}}{bh} \geq r_{tl,min} = 0.85 \frac{f_t}{f_y}$$



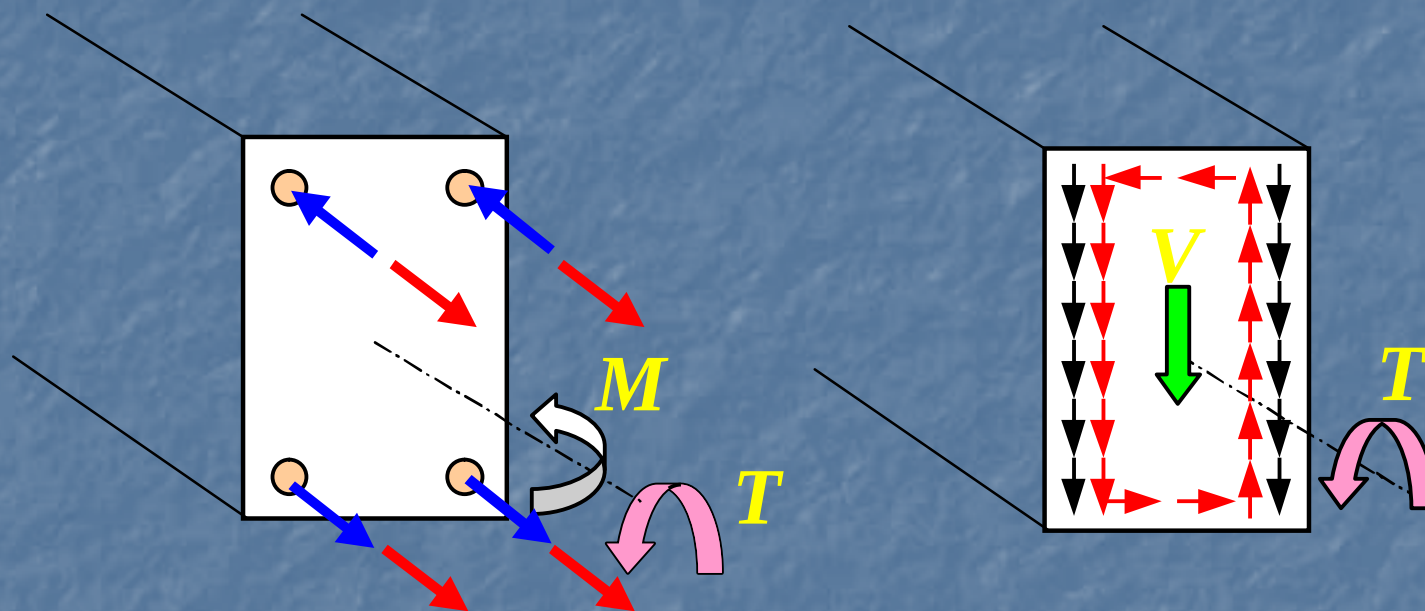
8.3 纯扭构件的承载力

- ◆ 由空间桁架模型可知，受扭构件的箍筋在整个长度上均受拉力，因此箍筋应做成封闭型，箍筋末端应弯折 135° ，弯折后的直线长度不应小于5倍箍筋直径。
- ◆ 箍筋间距应满足受剪最大箍筋间距要求，且不大于截面短边尺寸。受扭纵筋应沿截面周边均匀布置，在截面四角必须布置受扭纵筋，纵筋间距不大于300mm。
- ◆ 受扭纵筋的搭接和锚固均应按受拉钢筋的构造要求处理。



8.4 弯剪扭构件的承载力计算

一、破坏形式

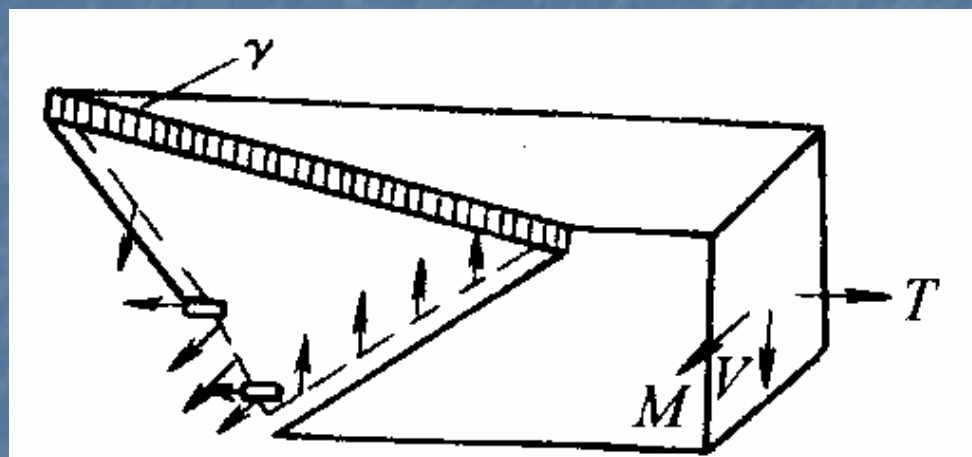


扭矩使纵筋产生拉应力，与受弯时钢筋拉应力叠加，使钢筋拉应力增大，从而会使受弯承载力降低。

而扭矩和剪力产生的剪应力总会在构件的一个侧面上叠加，因此承载力总是小于剪力和扭矩单独作用的承载力。

弯剪扭构件的破坏形态与三个外力之间的比例关系和配筋情况有关，主要有三种破坏形式：

弯型破坏：



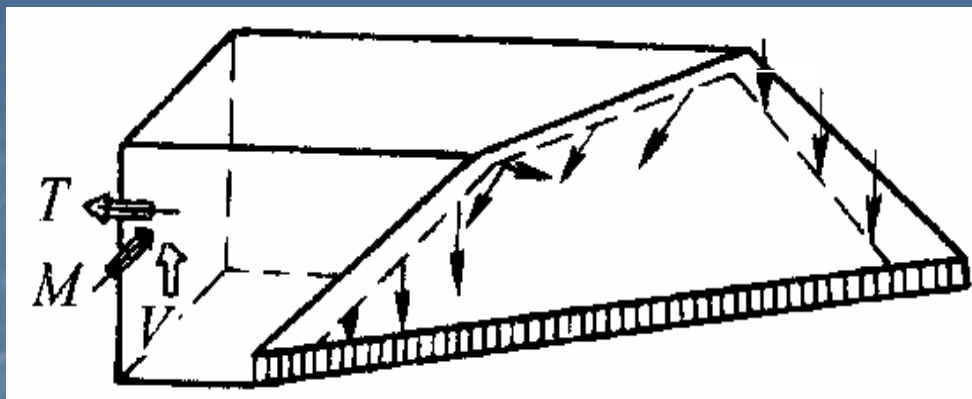
当弯矩较大，扭矩和剪力均较小时，弯矩起主导作用。

裂缝首先在弯曲受拉底面出现，然后发展到两个侧面。

底部纵筋同时受弯矩和扭矩产生拉应力的叠加，如底部纵筋不是很多时，则破坏始于底部纵筋屈服，承载力受底部纵筋控制。

受弯承载力因扭矩的存在而降低。

扭型破坏:

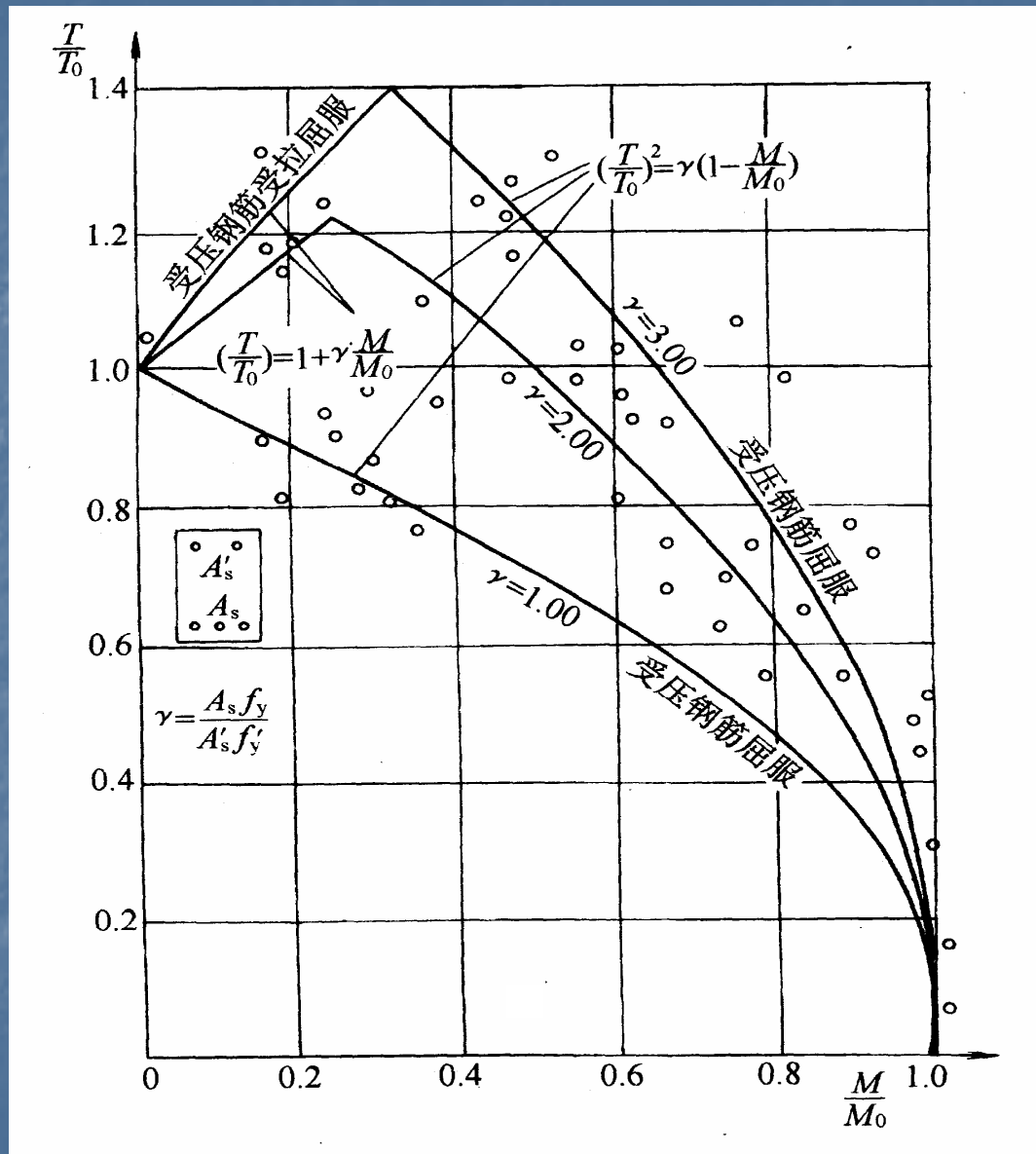


$$g = \frac{f_y A_s}{f'_y A'_s} > 1$$

当扭矩较大,弯矩和剪力较小,且顶部纵筋小于底部纵筋时发生。扭矩引起顶部纵筋的拉应力很大,而弯矩引起的压应力很小,所以导致顶部纵筋拉应力大于底部纵筋,构件破坏是由于顶部纵筋先达到屈服,然后底部混凝土压碎,承载力由顶部纵筋拉应力所控制。

由于弯矩对顶部产生压应力,抵消了一部分扭矩产生的拉应力,因此弯矩对受扭承载力有一定的提高。

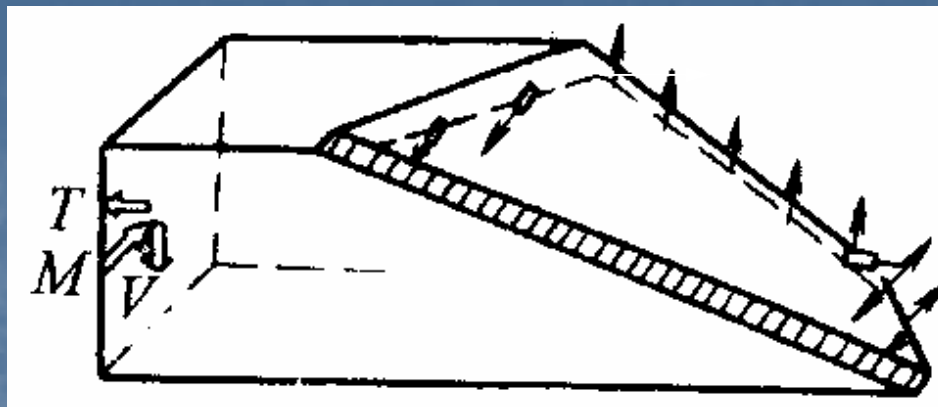
但对于顶部和底部纵筋对称布置情况,总是底部纵筋先达到屈服,将不可能出现扭型破坏。



$$g = \frac{f_y A_s}{f'_y A'_s}$$

8.4 弯剪扭构件

剪扭型破坏:



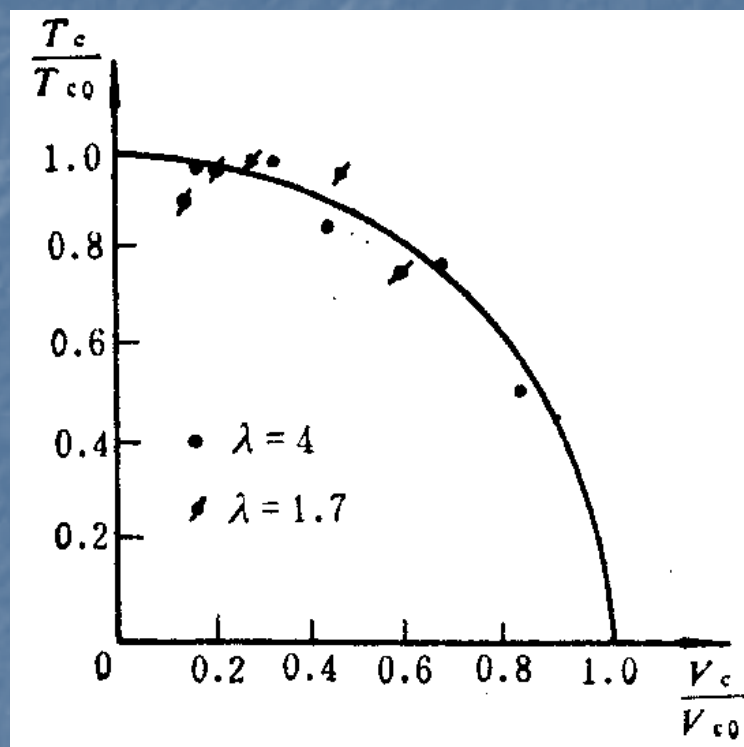
当弯矩较小，对构件的承载力不起控制作用，构件主要在扭矩和剪力共同作用下产生剪扭型或扭剪型的受剪破坏。

裂缝从一个长边（剪力方向一致的一侧）中点开始出现，并向顶面和底面延伸，最后在另一侧长边混凝土压碎而达到破坏。如配筋合适，破坏时与斜裂缝相交的纵筋和箍筋达到屈服。

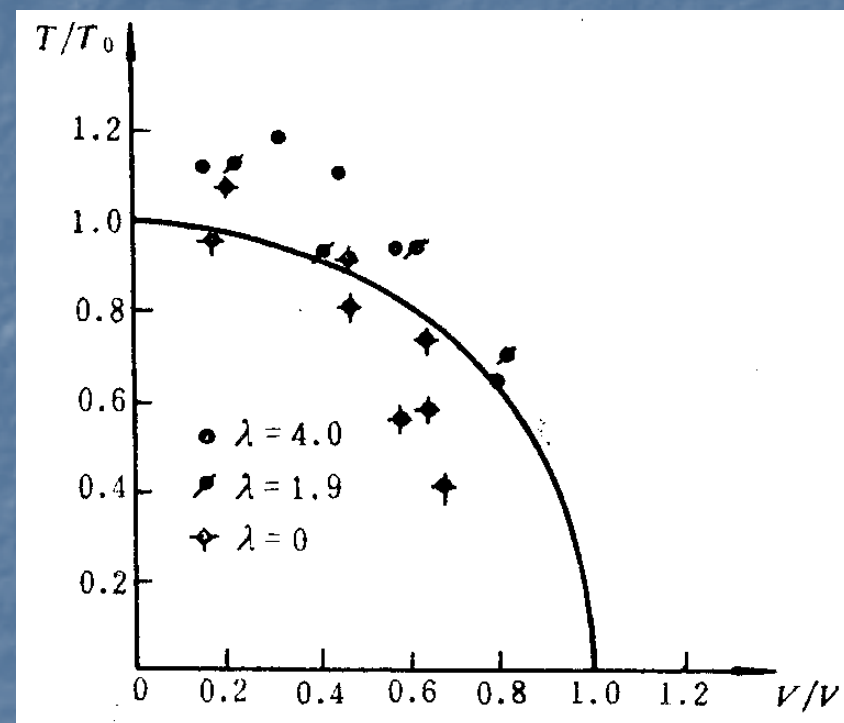
当扭矩较大时，以受扭破坏为主；

当剪力较大时，以受剪破坏为主。

由于扭矩和剪力产生的剪应力总会在构件的一个侧面上叠加，因此承载力总是小于剪力和扭矩单独作用的承载力，其相关作用关系曲线接近1/4圆。



无腹筋



有腹筋

二、《规范》弯剪扭构件的配筋计算

由于在弯矩、剪力和扭矩的共同作用下，各项承载力是相互关联的，其相互影响十分复杂。

为了简化，《规范》偏于安全地将受弯所需的纵筋与受扭所需纵筋分别计算后进行叠加。(画图加以说明)

而对剪扭作用为避免混凝土部分的抗力被重复利用，考虑混凝土项的相关作用，箍筋的贡献则采用简单叠加方法。

具体方法如下：

1、受弯纵筋计算

受弯纵筋 A_s 和 A'_s 按弯矩设计值 M 由正截面受弯承载力计算确定。

2、剪扭配筋计算

对于剪扭共同作用，《规范》采用混凝土部分承载力相关，箍筋部分承载力叠加的方法。

混凝土部分承载力相关关系可近似取1/4

圆，
取 $b_t = \frac{T_c}{T_{c0}}, b_v = \frac{V_c}{V_{c0}}$

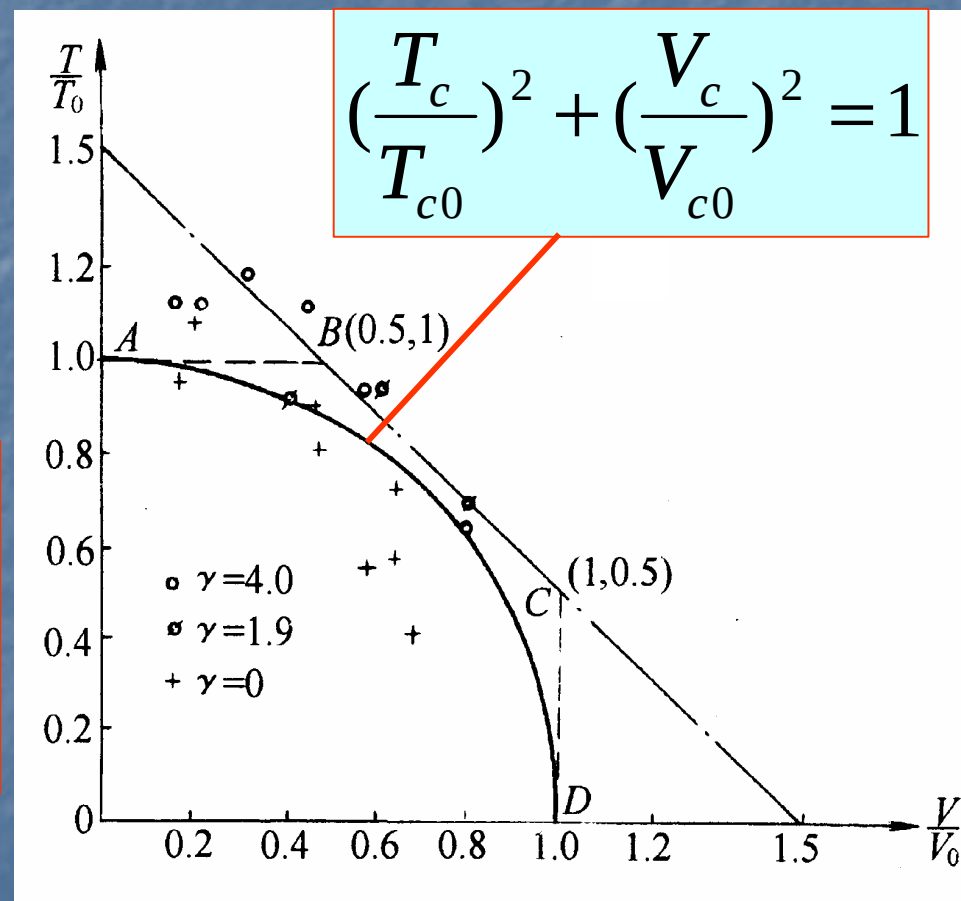
并近似取 $\frac{V}{T} = \frac{V_c}{T_c}$

$$b_t^2 \left(1 + \left(\frac{T_{c0}}{T_c} \cdot \frac{V_c}{V_{c0}} \right)^2 \right) = 1$$

$$b_t = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{V}{T} \cdot \frac{T_{c0}}{V_{c0}} \right)^2}} = \sqrt{1 - b_v^2}$$

b_t 混凝土受扭承载力降低系数

b_v 混凝土受剪承载力降低系数



也可采用AB、BC、CD三段直线来近似相关关系。

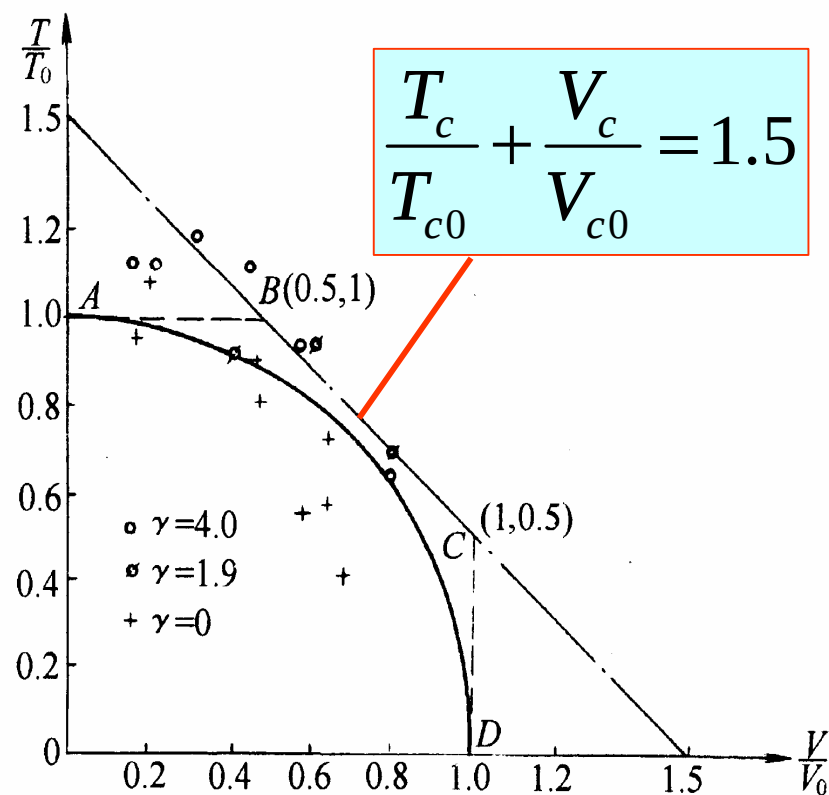
AB段, $b_v = V_c/V_{c0} \leq 0.5$, 剪力的影响很小, 取 $b_t = T_c/T_{c0} = 1.0$;

CD段, $b_t = T_c/T_{c0} \leq 0.5$, 扭矩影响很小, 取 $b_c = V_c/V_{c0} = 1.0$;

BC段直线为,

$$\frac{V}{T} = \frac{V_c}{T_c}$$

$$b_t = \frac{1.5}{1 + \frac{V}{T} \cdot \frac{T_{c0}}{V_{c0}}}$$



$$b_v = 1.5 - b_t$$

注意: 此时 b_t 和 b_v 的范围为0.5~1.0

对于一般剪扭构件,

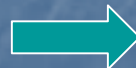
$$T_u = T_c + T_s = b_t T_{c0} + T_s$$

$$V_u = V_c + V_s = b_v V_{c0} + V_s$$

$$T_u = 0.35 b_t f_t W_t + 1.2 \sqrt{z} f_{yv} \frac{A_{st1}}{s} A_{cor}$$

$$V_u = 0.7 b_v f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{n A_{sv1}}{s} h_0$$

$$b_t = \frac{1.5}{1 + \frac{V}{T} \cdot \frac{T_{c0}}{V_{c0}}}$$



$$b_t = \frac{1.5}{1 + 0.5 \frac{V}{T} \cdot \frac{W_t}{b h_0}}$$

对于集中荷载作用下的剪扭构件

$$T_u = 0.35 b_t f_t W_t + 1.2 \sqrt{z} f_{yv} \frac{A_{st1}}{S} A_{cor}$$

$$V_u = \frac{1.75}{l+1} b_v f_t b h_0 + 1.0 f_{yv} \frac{n A_{sv1}}{S} h_0$$

$$b_t = \frac{1.5}{1 + 0.2(l+1) \frac{V}{T} \cdot \frac{W_t}{b h_0}}$$

为避免配筋过多产生超筋破坏，剪扭构件的截面应满足，

$$\frac{V}{bh_0} + \frac{T}{0.8W_t} \leq 0.25b_c f_c$$

当满足以下条件时，可不进行受剪扭承载力计算，仅按最小配筋率和构造要求确定配筋。

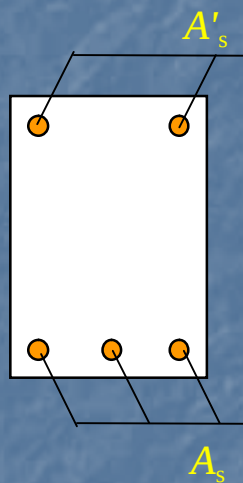
$$\frac{V}{bh_0} + \frac{T}{W_t} \leq 0.7 f_t$$

- 1、当剪力 $V \leq 0.35f_tbh_0$ 或 $V \leq \frac{0.875}{l+1} f_tbh_0$ 时，可仅按受弯构件的正截面受弯承载力和纯扭构件的受扭承载力分别进行计算；
- 2、当扭矩 $T \leq 0.175f_tW_t$ 时，可仅按受弯构件的正截面受弯承载力和斜截面受剪承载力分别进行计算。

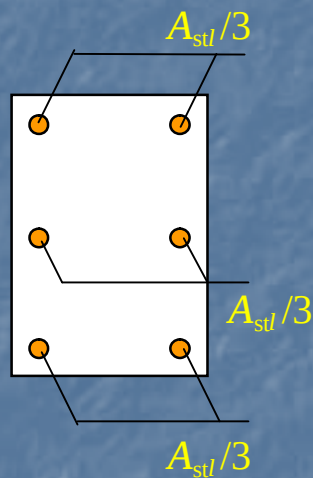
受弯纵筋 A_s 和 A'_s

抗扭纵筋:

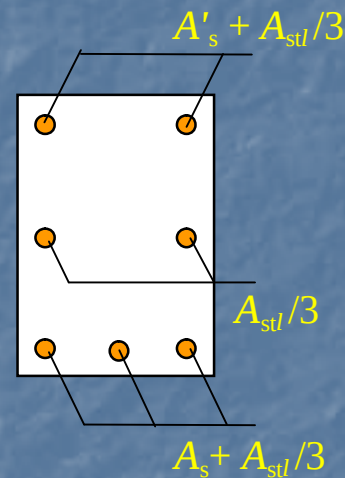
$$A_{stl} = z \frac{A_{st1}}{s} \cdot \frac{f_{yv}}{f_y} \cdot u_{cor}$$



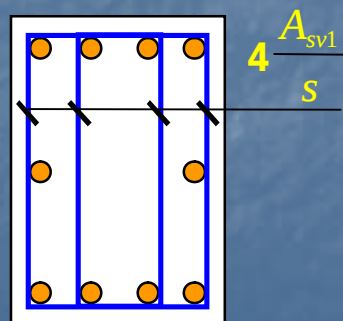
+



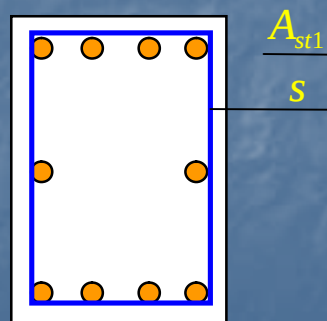
=



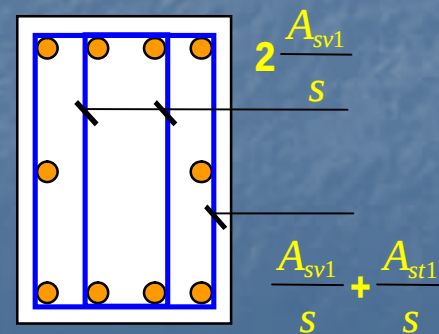
抗剪箍筋: $\frac{nA_{sv1}}{s}$
抗扭箍筋: $\frac{A_{st1}}{s}$



+



=



8.4 弯剪扭构件

对于弯剪扭构件，为防止少筋破坏

★按面积计算的箍筋配筋率

$$r_{sv} = \frac{A_{sv}}{bs} \geq r_{sv, \min} = 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}}$$

★纵向钢筋的配筋率

$$r = \frac{A_s + A_{stl}}{bh} \geq r_{s, \min} + r_{tl, \min}$$

$$r_{tl, \min} = 0.6 \sqrt{\frac{T}{Vb}} \frac{f_t}{f_y}$$

8.4 压、弯、剪、扭构件(自学)

对于在轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，其配筋计算方法与弯剪扭构件相同，即

- ◆ 按轴压力和弯矩进行正截面承载力计算确定纵筋 A_s 和 A'_s ；
- ◆ 按剪扭承载力按下式计算确定配筋，然后再将钢筋叠加。

$$T_u = b_t \left(0.35 f_t W_t + 0.07 \frac{N}{A} W_t \right) + 1.2 \sqrt{z} f_{yv} \frac{A_{st1}}{S} A_{cor}$$

$$V_u = b_v \left(\frac{1.75}{l+1} f_t b h_0 + 0.07 N \right) + 1.0 f_{yv} \frac{n A_{sv1}}{S} h_0$$